1a) $\lambda = h/p$, $E = h\nu$, $\lambda\nu = c$

Kombinieren gibt:

$E = h\nu = hc\frac{1}{\lambda} = hc\frac{p}{h} = pc$ ✓

1b) Die Wellenlänge ist gegeben durch:

$$\lambda = \frac{hc}{E} = \frac{6.6\cdot10^{-34}\cdot3.0\cdot10^{8}}{13.6\cdot1.6\cdot10^{-19}}\,\frac{Js\cdot m/s}{J}$$

$$= 9.1\cdot10^{-8}\,m = 90\,nm$$

und ist also zu klein um sichtbar zu sein.

c) Zu erst bestimmen wir die Energien die zu oberen und unteren Grenzen gehören.

$$E_u = \frac{hc}{\lambda_u} = \frac{6.6\cdot10^{-34}\cdot3.0\cdot10^{8}}{400\cdot10^{-9}\cdot1.6\cdot10^{-19}}\,\frac{Js\cdot m/s}{m\cdot J/eV} = 3.1\,eV$$

$$E_o = \frac{hc}{\lambda_o} = \frac{6.6\cdot10^{-34}\cdot3.0\cdot10^{8}}{700\cdot10^{-9}\cdot1.6\cdot10^{-19}} = 1.8\,eV.$$

Die Übergangsenergie für die Übergang $n \to n' > n$ ist:

$$\Delta E = E_1\left(\frac{1}{n^2}-\frac{1}{n'^2}\right) > 0$$

Also: $0.13 = \frac{1.8}{13.6} \le \frac{1}{n^2}-\frac{1}{n'^2} \le \frac{3.1}{13.6} = 0.23$.

Um jetzt die zugelassen zu bestimmen wir untersuchen zu erst die Werte von $\frac{1}{n^2}$

n	1	2	3
$\frac{1}{n^2}$	1	0.25	0.111..

Da $\frac{1}{n^2}-\frac{1}{n'^2} \le \frac{1}{n^2}$, und für $n \ge 3$, $\frac{1}{n^2} \le 0{,}111\ldots$, haben Übergänge mit $n \ge 3$ zu wenig energie. Für $n=1$ bemerken wir, dass $n' \ge 2$, und deshalb:

$$\frac{1}{n^2}-\frac{1}{n'^2} = 1-\frac{1}{n'^2} \ge 1-\left(\frac{1}{2}\right)^2 = 0.75 > 0.23.$$

Also nur $n=2$ ~~kann~~ sichtbare Übergänge ergeben. Das heißt für n':

$$0.13 \le 0.25-\frac{1}{n'^2} \le 0.23 \Rightarrow$$

$$2.9 = \frac{1}{\sqrt{0.25-0.13}} \le n' \le \frac{1}{\sqrt{0.25-0.23}} = 7.07$$

Die sichtbare Übergänge sind also:

$$n = 2 \longrightarrow n' = 3,4,5,6,7.$$

2a) Auf ein Abstand r muss das Licht aus einer Punktquelle sich auf einem Kreis mit Umriss $2\pi r$. Für ein totale Fluss von N, gibt dies

$$N = 2\pi r I \Rightarrow I(r) \sim \frac{1}{r}.$$

2b) Eine Welle ist gegeben durch $e^{2\pi i(\nu t - r/\lambda)}$ wenn es einen Frequenz ν und Wellenlänge λ hat. Da $I \sim |\Psi|^2$, and $I \sim \frac{1}{r}$, erhalten wir (1).

2c) Für eine Spalt wird die Intensität auf den Schirm gegeben durch $I \sim |\Psi|^2 \sim \frac{1}{r}$; es gibt keine Interferenz.

2d) Die Wellenfunktion für das Licht aus Spalte $\pm a$ ist gegeben durch:

$$\Psi_\pm(x) = \frac{1}{(d^2+(x\mp a)^2)^{1/4}} e^{2\pi i(\nu t - \sqrt{d^2+(x\mp a)^2}/\lambda)}$$

Die totale Wellenfunktion ist die Summe:

$$\Psi(x) = \Psi_+(x) + \Psi_-(x)$$

Für die Intensität heißt dies:

$$I \sim |\Psi|^2 = \frac{1}{\sqrt{d^2+(x-a)^2}} + \frac{1}{\sqrt{d^2+(x+a)^2}} + \frac{1}{(d^2+(x-a)^2)^{1/4}(d^2+(x+a)^2)^{1/4}}\left[e^{2\pi i \frac{\sqrt{d^2+(x+a)^2}-\sqrt{d^2+(x-a)^2}}{\lambda}} + hc\right]$$

In der Näherung $\left|\frac{x}{d}\right|, \left|\frac{a}{d}\right| \ll 1$, dürfen wir nur im Exponente die nulte Ordnung nicht benützen:

$$\frac{\sqrt{d^2+(x+a)^2}}{\lambda} - \frac{\sqrt{d^2+(x-a)^2}}{\lambda} = \frac{d}{\lambda}\left[1+\frac{1}{2}\left(\frac{x+a}{d}\right)^2 - 1 - \frac{1}{2}\left(\frac{x-a}{d}\right)^2\right]$$

$$= \frac{d}{\lambda}\frac{1}{2}\cdot 2\frac{2xa}{d^2} = \frac{2a}{\lambda d}x.$$

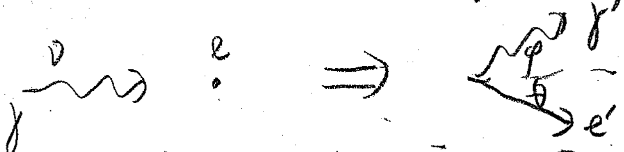
Und wir bekommen:

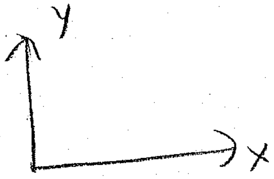
$$|\Psi|^2 \simeq \frac{2}{|d|}\left(1+\cos\left(2\pi\frac{2a}{d\lambda}x\right)\right).$$

2e) Dieser Abstand ist die Periode der cos-Funktion

$$2\pi \frac{2a}{d\lambda}\Delta x = 2\pi \Rightarrow \Delta x = \frac{d\lambda}{2a}.$$

3a) Aus die Abbildung





entnehmen wir die 4-Impulse:

$p^\mu_\gamma = (h\nu, h\nu, 0, 0)$ ↑? $P^\mu_e = (m_e c, 0, 0, 0)$

$p^\mu_{\gamma'} = (h\nu', h\nu'\cos\varphi, h\nu'\sin\varphi, 0)$

$P^\mu_{e'} = (\sqrt{m_e^2c^2 + p^2}, p\cos\theta, p\sin\theta, 0)$

Die Erhaltung 4-Impuls gibt:

$\frac{h\nu}{c} + m_e c = \frac{h\nu'}{c} + \sqrt{m_e^2c^2+p^2}$ I

$\frac{h\nu}{c} = \frac{h\nu'}{c}\cos\varphi + p\cos\theta$ II

$0 = \frac{h\nu'}{c}\sin\varphi - p\sin\theta$ III

III $\Rightarrow \sin\theta = \frac{h\nu'}{cp}\sin\varphi$

$\cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta = 1 - \left(\frac{h\nu'}{cp}\right)^2\sin^2\varphi = \cancel{\left(\frac{h\nu'}{cp}\right)^2\left(\left(\frac{cp}{h\nu'}\right)^2 - \sin^2\varphi\right)}$

II $\Rightarrow \left(\frac{h\nu}{c} - \frac{h\nu'}{c}\cos\varphi\right)^2 = p^2\cos^2\theta = p^2 - \left(\frac{h\nu'}{c}\right)^2\sin^2\varphi$

$\Leftrightarrow p^2 = \left(\frac{h\nu}{c} - \frac{h\nu'}{c}\cos\varphi\right)^2 + \left(\frac{h\nu'}{c}\right)^2\sin^2\varphi$

$= \left(\frac{h\nu}{c}\right)^2 + \left(\frac{h\nu'}{c}\right)^2 - 2\frac{h^2\nu\nu'}{c^2}\cos\varphi$

I $\Rightarrow \left(\frac{h\nu}{c} - \frac{h\nu'}{c} + m_e c\right)^2 = m_e^2c^2 + p^2$

$\cancel{\left(\frac{h\nu}{c}\right)^2} + \cancel{\left(\frac{h\nu'}{c}\right)^2} + \cancel{m_e^2c^2} + 2m_e c\frac{h}{c}(\nu-\nu') - 2\frac{h^2\nu\nu'}{c^2} =$

$= \cancel{m_e^2c^2} + \cancel{\left(\frac{h\nu}{c}\right)^2} + \cancel{\left(\frac{h\nu'}{c}\right)^2} - 2\frac{h^2\nu\nu'}{c^2}\cos\varphi$

$2\frac{h^2\nu\nu'}{c^2}(1-\cos\varphi) = 2m_e c\frac{h}{c}(\nu-\nu')$

$\frac{\nu-\nu'}{\nu\nu'} = \frac{h}{m_e c^2}(1-\cos\varphi)$ $\cos\varphi = 1 - 2\sin^2\frac{\varphi}{2}$

3b) Die Wellenlänge is gegeben durch $\lambda = \frac{c}{\nu}$. $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = 2\frac{h}{m_e c}\sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right)$

ν, m_e sind Impuls; ν', p, θ Unbekannten.

Durch in umgekehrter Reihenfolge diese Gleichungen zu benützen, finden wir: