

Prof. Curio, Dr. Groot Nibbelink

Aufgabe 16 "Transmissions- und Reflexionskoeffizienten"

Betrachte eine beliebige Potential $V(x)$, die $V(x) \rightarrow V_{\pm}$ für $x \rightarrow \pm\infty$. In diesem Potential bewegt ein Teilchen mit Masse m und Energie $E > V_+, V_-$ von links nach rechts.

- a. Argumentiere, dass die Wellenfunktion asymptotisch gegeben wird durch:

$$\psi(x) = e^{ik_-x} + A_- e^{-ik_-x} \text{ für } x < 0 \text{ und } \psi(x) = A_+ e^{ik_+x} \text{ für } x > 0,$$

und bestimme k_{\pm} .

- b. Bestimme asymptotische Ausdrücke für die Wahrscheinlichkeitsdichte P und Strom J (definiert in Aufgabe 6) für $x \rightarrow \pm\infty$.
- c. Zeige, dass für $x \rightarrow -\infty$ der Strom zu unterteilen ist in einem eingehenden Strom J_{\rightarrow} und zurückgehenden Strom J_{\leftarrow} . Ist eine ähnliche Unterteilung für die Wahrscheinlichkeitsdichte möglich?
- d. Berechne die asymptotische Transmissions- und Reflexionskoeffizienten:

$$T = \left| \frac{J_{\rightarrow}(x \rightarrow \infty)}{J_{\rightarrow}(x \rightarrow -\infty)} \right| \quad \text{und} \quad R = \left| \frac{J_{\leftarrow}(x \rightarrow -\infty)}{J_{\rightarrow}(x \rightarrow -\infty)} \right|.$$

- e. Zeige, dass der Wahrscheinlichkeitsstrom konstant ist und damit, dass $T + R = 1$.

Aufgabe 17 "Teilchen im Kreis"

Betrachte ein Teilchen auf einem Kreis mit Radius R ohne Potential.

- a. Scheibe die Randbedingungen für die Wellenfunktion hin die garantieren, dass ein Teilchen auf diesem Kreis beschrieben wird.
- b. Bestimme alle Energieeigenwerte und normierte Eigenfunktionen.

Aufgabe 18 "Deltafunktion-Potential"

Ein Teilchen mit Masse m und Energie E bewegt sich in eine Deltafunktion-Potential

$$V(x) = \frac{\hbar^2}{m} D \delta(x).$$

- a. Leite her, dass dieser Potential zu folgende Anschlußbedingungen um $x = 0$ für die Wellenfunktion ψ führt (mit $0 < \epsilon \rightarrow 0$):

$$\psi(\epsilon) = \psi(-\epsilon) = \psi(0), \quad \frac{1}{2} (\psi'(\epsilon) - \psi'(-\epsilon)) = D \psi(0).$$

- b. Berechne die Transmissions- und Reflexionskoeffizienten wenn die Energie $E > 0$.
- c. Zeige, dass für $D < 0$ es ein gebundener Zustand gibt mit $E < 0$. Bestimme diesen normierten Eigenzustand und seine Energie.